

## Méthodologie

# L'évaluation du risque de crédit par Bâle II : un savant compromis

*Dans le cadre des méthodes de notation interne, le Comité de Bâle fournit aux banques la formule nécessaire pour transformer leurs statistiques internes de probabilité de défaut en paramètres de risque : comment est construite cette formule ? Décryptage d'une boîte noire...*

**LAURENT JULLIEN**  
Consultant manager  
LGB Finance

**MARC GOURGEOT**  
Consultant manager  
LGB Finance

L'APPROCHE RETENUE PAR LE Comité de Bâle pour le calcul du risque de crédit en méthodologie notations internes (*encadré 1*) conduit à une évaluation du risque du portefeuille bancaire sur la base des contributions individuelles de chaque crédit. C'est donc un compromis entre la simplicité de mise en œuvre et une prise en compte plus fine des effets de diversification, effets dont la modélisation actuelle n'a pas été jugée assez robuste pour permettre aux établissements d'utiliser un modèle interne de crédit pour le calcul de leurs exigences en fonds propres.

### LES INTENTIONS DU COMITÉ DE BÂLE

Le Comité de Bâle a souhaité mettre l'accent sur la gestion des risques et favoriser la progression constante des capacités d'évaluation des risques dans les établissements et systèmes bancaires du G10 : les établissements ont la possibilité de calculer leur exposition au risque de crédit en faisant appel à l'approche notation interne (NI), qui repose sur trois éléments prin-

cipaux : un ensemble de paramètres d'appréciation du risque de crédit fournis par les établissements, une fonction de calcul des pondérations spécifiée par Bâle intégrant l'ensemble des paramètres et enfin, un nombre d'exigences minimales de qualité que doit remplir la banque souhaitant utiliser cette approche.

Les établissements fournissant eux-mêmes les données du calcul, le capital exigé est plus sensible au risque de crédit réellement encouru et géré par l'établissement que dans une approche forfaitaire, de type Bâle I (cette approche, « standard », reste disponible pour les établissements qui le souhaitent).

### UNE DÉMARCHÉ CONSULTATIVE

Le Comité a mené une démarche consultative : les travaux menés en collaboration avec les établissements et associations bancaires, la revue des données et des modèles de risque de crédit utilisés par voie d'enquêtes effectuées, ont joué un rôle essentiel dans la conception de l'approche notation interne.

Pour les données, les conclusions ont été que si la plupart des établissements estiment correctement la probabilité de défaut de leurs débiteurs, tous ne sont pas aptes à estimer les autres paramètres de risque (perte en cas de défaut, exposition au défaut). Ainsi il y a deux méthodes

“Si la plupart des établissements estiment correctement la probabilité de défaut de leurs débiteurs, tous ne sont pas aptes à estimer les autres paramètres de risque (perte en cas de défaut, exposition au défaut).”

NI : une approche simple pour laquelle la banque évalue la probabilité de défaut de l'emprunteur sur la base de modèles statistiques internes, mais utilise pour les autres composantes du risque des règles standardisées émanant des autorités de contrôle et une approche avancée pour laquelle la totalité des paramètres provient des estimations internes de la banque.

Quant aux modèles internes de risque de crédit, le Comité a jugé qu'il était trop tôt pour les utiliser dans la détermination du capital : absence de données fiables en in-

## 1. La mesure du risque de crédit selon Bâle II

Les exigences en fonds propres sont fonction des probabilités de défaut, des pertes en cas de défaut, des échéances et des expositions au moment du défaut.

Le ratio de solvabilité propose trois approches de mesure du risque de crédit.

- **L'approche standard**: chaque exposition sur une contrepartie est classée en fonction de la nature du portefeuille puis de la notation externe de cette dernière et se voit affecter une pondération forfaitaire. Les expositions sont ventilées en 9 catégories de portefeuilles contre 4 dans le ratio actuel.
- **L'approche notation interne fondation** dans laquelle les établissements calculent les probabilités de défaut (PD) de leurs contreparties, les autres paramètres sont fournis par les régulateurs nationaux.
- **L'approche notation interne avancée** où les établissements fournissent en plus les données relatives à la perte en cas de défaillance (LGD), l'exposition au moment de celle-ci (EAD) et le cas échéant, la maturité.

put, difficultés de validation par les superviseurs et les établissements eux-mêmes : c'est le Comité qui fournit la « formule » traduisant les paramètres en risque.

### MODÈLE DE PORTEFEUILLE CONTRE RISQUE INDIVIDUEL

Pour établir cette formule, le Comité était confronté à un double enjeu : le risque calculé devait refléter le risque réellement encouru par les établissements ; la mise en œuvre devait être simple. Ces deux exigences ont a priori un point de contradiction : le risque à couvrir est celui du portefeuille de crédit. De ce point de vue, le calcul du capital doit s'appuyer sur un modèle de portefeuille. Cependant, si pour chaque nouveau crédit, il faut ré-estimer le risque global du portefeuille, la mise en œuvre est complexe, et plus important encore, tous les crédits antérieurs sont re-qualifiés : un crédit conclu auparavant peut apparaître très consommateur de capital dans le nouveau portefeuille. Du point de vue de la simplicité, il y a donc un intérêt à pouvoir calibrer le risque individuel marginal d'un crédit indépendamment du portefeuille.

Nous allons voir comment le Comité a réussi à réconcilier risque individuel et risque de portefeuille. Il s'est appuyé sur une revue des

modèles usuels de crédit, qui sont des « modèles factoriels », c'est-à-dire des modèles de portefeuille où les actifs varient en fonction de facteurs communs et en fonction de caractéristiques spécifiques.

### MODÈLES FACTORIELS ET EXIGENCE EN CAPITAL

Un facteur commun influence le risque du portefeuille. Considérons un établissement ayant consenti de nombreux crédits à des clients ayant tous une probabilité de défaut PD. Quel capital doit-il détenir pour pouvoir absorber les défaillances de certains de ses débiteurs ?

Si tous les actifs ont un comportement indépendant, un effet « loi des grands nombres », c'est-à-dire un effet de diversification, conduit à un taux global de défaut égal à PD, à de très petites fluctuations près : les pertes individuelles se compensent du fait du « grand nombre » d'actifs, il n'y a quasiment plus d'incertain dans la perte du portefeuille. La perte globale peut être anticipée (*expected loss*) et donc provisionnée.

Si en revanche, une partie du comportement des actifs est guidée par un facteur commun (le cycle économique par exemple), l'effet de diversification ne s'applique qu'à la part spécifique de

chaque actif. Un événement extrême (le défaut d'une proportion très supérieure à PD des actifs) peut survenir du simple fait d'une réalisation particulière du facteur commun (dégradation de l'économie). Ce facteur n'est observé qu'une fois pendant la durée unitaire où l'on souhaite se protéger contre les pertes : on ne bénéficie pas d'un effet de moyenne (une fois n'est pas un grand nombre de fois), la perte due à ce facteur ne peut être anticipée (*unexpected losses*). On peut cependant se prémunir contre les variations probables de ce facteur, au seuil de confiance qu'on choisit (Bâle II imposant 99.9 %).

### UN MODÈLE SIMPLIFIÉ

Pour illustrer, considérons le modèle suivant, très simplifié, où un actif est représenté par deux pièces de monnaie. L'actif fait défaut si on amène deux fois « Face » en jetant les pièces.

Pour un actif isolé, la probabilité de faire défaut est alors de 1/4 (*encadré 3*) :

1 <sup>re</sup> pièce	2 <sup>e</sup> pièce	Défaut
Pile	Pile	Non
	Face	Non
Face	Pile	Non
	Face	Oui

Soit alors un portefeuille de  $n$  actifs. Supposons d'abord les actifs indépendants, c'est-à-dire ayant chacun leurs deux pièces en propre. La proportion d'actifs faisant défaut se rapproche alors très vite de 25 % quand le nombre d'actifs croît. C'est une conséquence directe de la loi des grands nombres. L'exigence en capital (ou en provisions) est de 25 %.

Introduisons maintenant une corrélation entre les actifs, par le biais du facteur « Première pièce » : cette pièce est commune aux actifs, seule la deuxième pièce leur est spécifique. Si la première pièce amène Pile, aucun actif ne fait défaut (puisque chaque actif est alors Pile Pile ou Pile Face).

## 2. Modèle simplifié de corrélation des actifs

Un actif est représenté par deux pièces de monnaie. L'actif fait défaut si on amène deux fois « Face » en jetant les pièces.

	Expected loss	Unexpected loss
Actifs indépendants (chaque actif a « ses » deux pièces)	25 %	0 %
Actifs corrélés par le facteur « première pièce »	25 %	25 %
Actifs parfaitement corrélés	25 %	75 %

Si l'économie va mal (première pièce amenant Face), le sort de chaque actif est déterminé par sa deuxième pièce : Pile, tout va bien, Face, défaut. La loi des grands nombres conduit alors à une proportion de défaut très proche de 50 %.

En faisant dépendre partiellement les actifs d'un facteur commun, on est passé d'une situation

où 25 % des actifs fait défaut chaque année, à une situation où selon le cycle économique, soit aucun ne fait défaut, soit la moitié fait défaut. « Bon an mal an », sur plusieurs cycles économiques, la situation est globalement la même, 25 % des actifs fait défaut. Mais pour faire l'expérience de plusieurs cycles, il faut résister aux mauvaises années, c'est-à-dire pouvoir faire face, ponctuellement, à 50 % de défaut. Sur ces 50 %, 25 % sont toujours des *expected losses*, et 25 % des *unexpected losses*.

On peut encore augmenter la corrélation entre actifs dans notre modèle en considérant que les actifs ont leurs deux pièces en commun (ils sont alors parfaitement corrélés). On observe alors aucun défaut dans 75 % des cas, et tous les actifs en défaut dans 25 % des cas. Sur plusieurs cycles, le nombre de défauts moyen est toujours le même, soit 25 %, mais le capital né-

cessaire à la survie à un cycle défavorable est de 100 % (encadré 2).

Les modèles factoriels utilisés pour le risque de crédit sont essentiellement des raffinements de notre modèle à deux pièces. Il peut y avoir plus de deux pièces, plus d'une pièce en commun, chaque pièce est remplacée par une variable aléatoire continue (par exemple gaussienne), la proportion de pièces en commun peut varier... Globalement, c'est la part factorielle, non diversifiée, qui conduit à l'exigence en capital pour les *unexpected losses*. La part diversifiée conduit à l'exigence pour les *expected losses* (déductible de l'exigence globale si elle est provisionnée).

### LE MODÈLE DE BÂLE

Dans ses travaux pour le Comité de Bâle, Michael B. Gordy (encadré 3) a démontré deux choses : il a mis en évidence que les modèles usuels de crédit (CreditRisk +, CreditMetrics, KMV...) sont des modèles factoriels, ce qui était parfois masqué par un formalisme différent. Il

a démontré en outre que dans un modèle à un seul facteur, si le portefeuille est suffisamment granulaire, si les défauts sont globalement positivement corrélés à ce facteur, alors le risque global du portefeuille peut s'exprimer comme une somme de contributions individuelles de chaque actif : dans ce cadre, risques de portefeuille et risques individuels sont « réconciliés ».

Le Comité de Bâle a donc retenu un modèle à un facteur pour fonder ses exigences en capital (encadré 4) : le risque calculé représente le risque du portefeuille, et peut s'obtenir par un calcul actif par actif.

### LES CRITIQUES ADRESSÉES AU COMITÉ

Certains établissements estiment qu'un modèle à un facteur rend mal compte des effets de diversification. Dans un modèle à deux facteurs (conjuncture US et conjuncture Europe, par exemple), les effets factoriels peuvent s'entrediversifier. La critique est donc fondée. Cependant un modèle à plusieurs facteurs ne permet pas de

## 3. Les marchés de corrélation

Le modèle à un facteur permet également d'expliquer les « marchés de corrélation ». Supposons un portefeuille de créances titrisé en deux tranches, la tranche *equity* prenant les premières pertes à hauteur de 30 % ; sans corrélation, il y a systématiquement 25 % de pertes, la tranche *equity* prend tout, et la tranche senior est indemne. Avec corrélation moyenne, soit il n'y a pas de perte et les deux tranches sont indemnes, soit il y a 50 % de perte, répartie en 30 % et 20 %. La corrélation est donc favorable à la tranche *equity*, qui passe de 25 % de perte à tout coup à 0 % ou 30 % une fois sur deux (elle est « longue » de corrélation) et défavorable à la tranche senior (elle est *short* de corrélation). Ce qu'on peut vérifier sur le cas totalement corrélé.

où 25 % des actifs fait défaut chaque année, à une situation où selon le cycle économique, soit aucun ne fait défaut, soit la moitié fait défaut.

« Bon an mal an », sur plusieurs cycles économiques, la situation est globalement la même, 25 % des actifs fait défaut. Mais pour faire l'expérience de plusieurs cycles, il faut résister aux mauvaises années, c'est-à-dire pouvoir faire face, ponctuellement, à 50 % de défaut. Sur ces 50 %, 25 % sont toujours des *expected losses*, et 25 % des *unexpected losses*.

## 4. Michael B. Gordy

- Senior economist au Federal Reserve System (Monetary and financial studies section, division of research and statistics) : ses travaux portent principalement sur la modélisation du risque de crédit, mais également sur le crédit à la consommation, la théorie des enchères, l'économétrie appliquée, et les sciences économiques informatiques.
- Membre du Board of governors du Federal Reserve System depuis 1994.
- Associate Editor, Journal of Banking & Finance, depuis 2002.
- Quant of the Year, Risk Magazine, 2004.

### Formation

Ph.D., Economics, MIT, 1994.  
B.A., Mathematics & Philosophy, Yale University, 1985.

## 5. Pour les initiés : mise en œuvre en parallèle d'un modèle simplifié et du modèle Bâle II

### Modèle simplifié à deux pièces.

L'actif  $i$  est décrit par le nombre de « Face » du jet de deux pièces

L'actif  $i$  fait défaut s'il y a 2 « Face » (PD = 1/4).

Tous les actifs ont une pièce en commun.

Nombre de « Face » pour l'actif  $i$  = nombre de « Face » (0 ou 1) de la pièce commune + nombre de « Face » (0 ou 1) de la pièce spécifique.

Si la première pièce amène Pile, un actif ne peut pas faire défaut, si la première pièce amène Face, un actif fait défaut si sa pièce spécifique amène Face.

Si la première pièce amène Pile, la probabilité de défaut de chaque actif est nulle, elle est de 1/2 si la première pièce amène Face.

D'après la loi des grands nombres, la proportion d'actifs faisant défaut est de 50 % quand la première pièce amène Face (elle est nulle dans le cas contraire).

$\theta = 0$  pour première pièce à Pile  
 $\theta = 50\%$  pour première pièce à Face.

La première pièce amène Pile avec 1/2 de probabilité, Face avec 1/2 : la proportion de défauts est de 0 % avec 1/2 de probabilité, et de 50 % avec 1/2.

Seuil de VaR (99.9 %)

L'exigence de capital est de  $\text{LGD} \times \text{EAD} \times \theta$

Avec plus de 0.1 % de probabilité on observe 50 % de défauts : la VaR à 99.9 % correspond à  $\theta = 50\%$

Capital =  $12,5 \times \text{LGD} \times \text{EAD} \times 50\%$

Le capital ainsi calculé est celui exigible pour le portefeuille, et il peut se calculer sur la base des contributions individuelles LGD et EAD de chaque actif.

### Modèle de Bâle II : modèle factoriel à un facteur X

L'actif  $i$  est décrit par une variable aléatoire  $U_i$ , gaussienne.

L'actif  $i$  fait défaut si cette variable dépasse un seuil  $S_i$  :  $\text{PD} = N(S_i)$ , soit  $S_i = N^{-1}(\text{PD})$  (on suppose ci pour simplifier la présentation que tous les actifs ont même probabilité de défaut).

Tous les actifs sont intercorrélés, leur corrélation valant  $\sqrt{R}$

On peut alors écrire,  $U_i = \sqrt{R}X + \sqrt{1-R}Y_i$  où  $X$  est le facteur commun, et  $Y_i$  la part spécifique de risque de l'actif  $i$ .

$$U_i < S \Leftrightarrow \sqrt{R}X + \sqrt{1-R}Y_i < N^{-1}(\text{PD}) \Leftrightarrow Y_i < \frac{N^{-1}(\text{PD}) - \sqrt{R}X}{\sqrt{1-R}}$$

Conditionnellement à  $X = x$ , la probabilité de faire défaut est alors :

$$\text{PD}_i(x) = N\left(\frac{N^{-1}(\text{PD}) - \sqrt{R}x}{\sqrt{1-R}}\right), \text{ indépendante de l'actif } i.$$

D'après la loi des grands nombres, la proportion d'actifs faisant défaut quand  $X = x$  est alors égale à :

$$\theta(x) = N\left(\frac{N^{-1}(\text{PD}) - \sqrt{R}x}{\sqrt{1-R}}\right) \text{ quand le nombre d'actifs est grand.}$$

On peut écrire  $x$  en fonction de  $\theta$  :

$$x = \frac{-N^{-1}(\text{PD}) - \sqrt{1-R}}{\sqrt{R}} N^{-1}(\theta(x))$$

$X$  étant gaussienne, la fonction cumulée de  $\theta$ , proportion d'actifs faisant défaut, est :

$$F(\theta) = N\left(\frac{-N^{-1}(\text{PD}) + \sqrt{1-R}}{\sqrt{R}} N^{-1}(\theta(x))\right)$$

Soit alors un seuil de VaR (par exemple 99.9 %, imposé par Bâle).

L'exigence de capital est la perte qu'on subirait, soit  $K = \text{LGD} \times \text{EAD} \times \theta$  pour  $F(\theta) = 99,9\%$

$$F(\theta) = 99,9\% \Leftrightarrow \theta = N\left(\frac{1}{\sqrt{1-R}} N^{-1}(\text{PD}) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} N^{-1}(99,9\%)\right)$$

On retrouve la « formule » de Bâle II :

$$\text{Capital} = 12,5 \times \text{LGD} \times \text{EAD} \times N\left(\frac{1}{\sqrt{1-R}} N^{-1}(\text{PD}) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} N^{-1}(99,9\%)\right)$$

Le capital ainsi calculé est celui exigible pour le portefeuille, et il s'exprime sur la base des contributions individuelles LGD et EAD de chaque actif.

faire un calcul actif par actif, la mise en œuvre serait donc extrêmement complexe, pour un gain difficilement estimable en termes de représentation du risque réel. Les premiers travaux de Michael B. Gordy (une comparaison de l'anatomie des modèles de crédit) ont montré la forte sensibilité des modèles aux données fournies en

trée, données de crédit dont peu d'historiques ont été effectivement dressés par les établissements.

Comme on l'a vu dans le cadre de notre modèle simplifié, ce qui détermine l'exigence en capital est essentiellement le niveau de corrélation entre actifs : si, sur la base d'une collecte de données et d'une étude statistique, les établisse-

ments démontrent que la corrélation imposée par Bâle (« $R$ ») est trop forte, cela ouvre le débat soit à une diminution de  $R$  (et donc du capital exigé), soit à la prise en compte de modèles internes, plus sophistiqués, fondés sur des historiques de données fiables. Ce débat peut avoir lieu dans le cadre du Pilier 2. ■