

PORTEFEUILLE DE RISQUES COMMENT PRÉVOIR LES ÉVOLUTIONS À MOYEN TERME ?



Christèle
Baranco



Julien Gorintin



Élodie
Teulé-Sensacq

Ingénieurs d'études
statistiques

Groupe de recherche
opérationnelle
Direction des risques

Groupe Crédit
Agricole SA

[1] Les auteurs remercient Aimad Brahimi et Laurent Michel dont les travaux ont initié le présent article.

Anticiper l'évolution de la structure du portefeuille en termes de risque est devenu un objectif essentiel des établissements bancaires. S'ils disposent d'outils efficaces pour prévoir cette évolution à court terme, l'adaptation de ces outils à la prévision à moyen terme constitue encore un sujet de recherche.

Une des préoccupations centrales des établissements bancaires est actuellement de quantifier les risques, c'est-à-dire évaluer le montant de fonds propres dont ils doivent disposer pour faire face aux pertes potentielles. La réforme Bâle II, qui vise notamment à encourager les institutions financières à améliorer leurs procédures de gestion et de mesure du risque, a intensifié cette problématique. Afin d'évaluer le risque sur chacun de leurs clients et plus globalement, de prévoir la structure de leur portefeuille en termes de risque, les banques mettent en place depuis plusieurs années des outils de sélection et de segmentation des risques. Ces outils, appelés systèmes de notation,

permettent de classer chaque contrepartie suivant la probabilité d'occurrence d'un événement de défaut.

LA PRÉVISION À COURT TERME

Les deux techniques de notation les plus utilisées au sein des banques sont le système expert et le scoring. Le système expert consiste à répartir les contreparties dans un nombre limité de classes de risque en reproduisant le raisonnement qu'aurait un analyste. Il repose sur un algorithme, établi par des experts et composé d'un ensemble de règles combinant différentes caractéristiques des contreparties. Le scoring est une méthode statistique consistant à calculer pour chaque contrepartie une note reflétant son niveau de risque à un horizon fixé. Cette note est fonction de différentes variables pondérées entre elles, la modélisation utilisant généralement une méthode économétrique appelée régression logistique. Tandis que le système expert aboutit directement à la répartition des contreparties en classes

« Si les systèmes experts et les scores permettent d'anticiper efficacement l'évolution de la structure du portefeuille à court terme (à un horizon d'un an par exemple), un des enjeux actuels est de les adapter à la prévision de l'évolution de la structure du portefeuille à moyen terme. »

de risque, le scoring fournit une note continue qu'il convient de découper en intervalles pour définir des classes de risque.

Si ces outils permettent d'anticiper efficacement l'évolution de la structure du portefeuille à court terme (à un horizon d'un an par exemple), un des enjeux actuels est de les adapter à la prévision de l'évolution de la structure du portefeuille à moyen terme (à un horizon de 3 à 7 ans). Au sein du GRO, nous avons développé deux axes de recherche : – d'une part, dans le cadre d'une notation basée sur un score, trouver un découpage du score qui permette de prévoir le risque à un horizon donné, en se basant uniquement sur la répartition actuelle ; – d'autre part, dans le cadre général d'une répartition des contreparties en classes de risque, estimer des transitions entre classes qui aboutissent à des taux de défaut cohérents avec ceux observés historiquement.

NOUVELLE APPROCHE DU DÉCOUPAGE D'UN SCORE

Il existe actuellement plusieurs méthodes pour découper un score en classes de risque homogènes : l'équidistribution en termes d'effectifs, l'équidistribution en termes d'encours, le doublement des taux de défaut d'une classe à l'autre... L'idée développée ici consiste, à partir d'un score existant, à trouver un découpage en classes de risque tel que les transitions suivent une dyna-

I. PREMIÈRE HYPOTHÈSE DE RECHERCHE

MATRICES DE TRANSITION ET PROPRIÉTÉ DE MARKOV

Les matrices de transition sont des tableaux fournissant une vision globale des migrations interclasses entre deux dates données. Elles indiquent également la proportion de défaillants par classe.

mique markovienne (encadré 1). Si un tel découpage existe, il sera alors possible, connaissant la répartition en classes de risque actuelle, de prévoir la répartition en classes de risque à un horizon donné.

Dans un but de modélisation, certaines hypothèses, plus ou moins fortes, sont nécessaires. La première concerne la dynamique markovienne : nous cherchons à ce que, avec le découpage du score retenu, la matrice de transition à un an élevée au carré soit égale à la matrice de transition à deux ans. Cet objectif est très restrictif, car ce n'est qu'une propriété des matrices markoviennes. Nous admettons cependant qu'il sera suffisant pour considérer que la matrice de transition à un horizon quelconque h peut alors être obtenue en élevant la matrice de transition à un an à la puissance h .

De plus, il convient d'imposer certaines contraintes afin d'obtenir des résultats interprétables :

- un effectif minimum et maximum pour chaque classe de risque ;
- des taux de défaut à un an croissants avec la classe de risque ;
- des pourcentages décroissants sur chaque ligne à partir de la diagonale pour la matrice de transition à un an (ce qui signifie que la probabilité de passer d'une année sur l'autre dans une classe éloignée est plus faible que celle de rester dans la même classe ou de passer dans une classe proche). Un algorithme d'optimisation permet alors de trouver le découpage le plus

		Déc. 2005					
Classes de risque		1	2	3	4	5	Défaillants
Déc. 2004	1	79%	14%	5%	2%	0%	0,2%
	2	10%	68%	16%	5%	1%	0,5%
	3	3%	14%	67%	13%	2%	1,5%
	4	1%	5%	22%	59%	7%	4,5%
	5	1%	2%	8%	20%	53%	16,1%
Défaillants		0%	0%	0%	0%	0%	100%

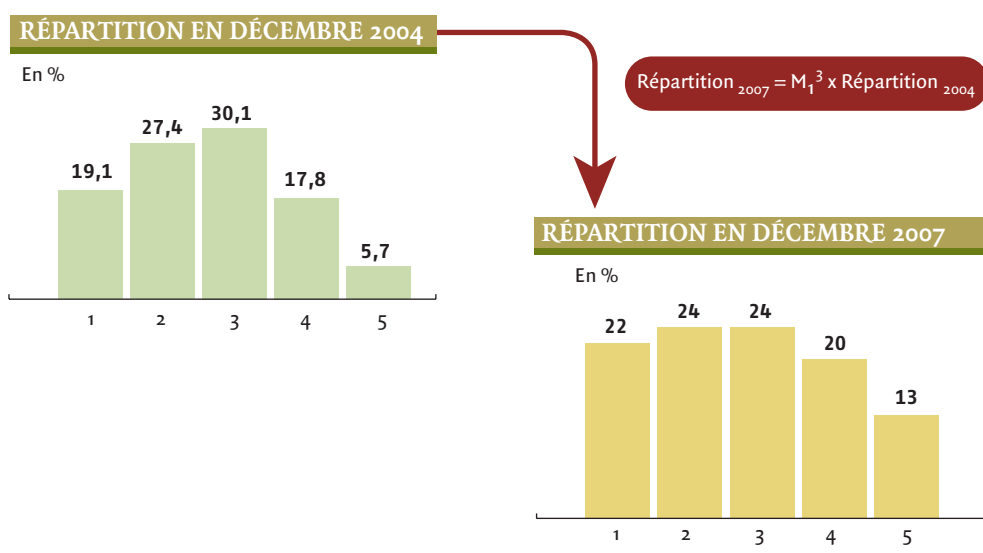
Sur la matrice de transition ci-dessus, on peut lire que parmi les individus présents dans la classe de risque 4 en décembre 2004, 22% se retrouvent dans la classe de risque 3 en décembre 2005.

■ Les matrices de transition sont des matrices stochastiques : elles ont la propriété d'avoir tous leurs éléments positifs et la somme de chaque ligne égale à 1. Les transitions sont dites **markoviennes** si la probabilité de présence d'un individu dans une classe à une date future ne dépend que de la classe actuelle de l'individu et non des classes passées. Ces transitions sont dites **homogènes** si la matrice de transition à un horizon fixé h est constante quelle que soit la date initiale.

Par exemple, si les transitions sont markoviennes homogènes, la matrice de transition entre décembre 2003 et décembre 2004 (horizon d'un an) est égale à la matrice de transition entre décembre 2004 et décembre 2005. Si ces propriétés sont vérifiées, il est facile de montrer que, quel que soit h , la matrice de transition à h années est égale à la matrice de transition à 1 an élevée à la puissance h :

$$M_h = M_1^h$$

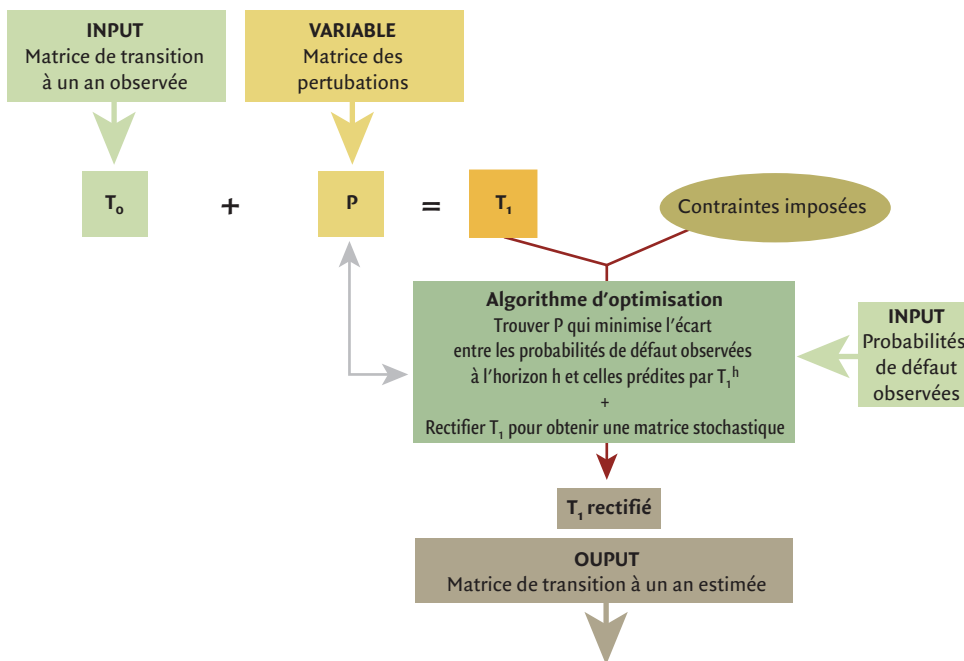
Ceci a pour conséquence qu'il est possible de prévoir la répartition en classes de risques en $t+h$ connaissant la répartition à la date t et M_1 , la matrice de transition entre t et $t+1$:



2. SECONDE HYPOTHÈSE DE RECHERCHE

CONSTRUCTION D'UNE MATRICE DE TRANSITION

Le principe est de modifier légèrement la matrice de transition à un an observée de sorte à obtenir une matrice qui, élevée à la puissance h , prévoit correctement les probabilités de défaut observées à l'horizon h :



Les contraintes imposées sur la matrice solution se présentent sous la forme :

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

- $\leq 2\%$
- $\leq 5\%$
- $\leq 10\%$
- $\leq 20\%$

Si on dispose d'un historique suffisant, il est de plus possible d'imposer que la matrice de transition rectifiée prévoie correctement les probabilités de défaut observées à plusieurs horizons (en élevant cette matrice aux puissances correspondantes).

L'estimation des transitions ainsi que des probabilités de défaut ultérieures s'effectue alors en élevant la matrice rectifiée à la puissance choisie.

Par exemple, si on dispose de 3 ans d'historique (avant l'année n) et que l'on souhaite prévoir la répartition en classes dans 3 ans (horizon $n+3$), on estime une matrice de transition théorique entre l'année $n-3$ et $n-2$ qui, élevée à la puissance 2 (respectivement 3) permet d'approximer les probabilités de défaut de l'année $n-1$ (respectivement n). En élevant ensuite cette même matrice à la puissance 4, 5 et 6 on obtient les transitions ainsi que les probabilités de défaut jusqu'à l'horizon $n+3$.

adapté à notre objectif : minimiser la distance entre la matrice de transition à deux ans et la matrice de transition à un an élevée au carré. Les tests réalisés ont prouvé que le choix de la distance pouvait influencer sur les résultats obtenus. La distance retenue, parmi les plus classiques, est celle égale à la somme des valeurs absolues des écarts entre les termes des deux matrices. De plus, dans un objectif de prévision à moyen terme, un découpage du score en 4 ou 5 classes (contre les 7 minimum imposées par Bâle II pour prévoir le risque à un an) semble être suffisant. En effet, il est illusoire de viser une précision qui ne pourra être obtenue à un tel horizon.

Les résultats obtenus avec cette méthode sont pour l'instant peu convaincants. En effet, les écarts entre la répartition estimée et celle observée demeurent assez importants.

DE NOUVELLES HYPOTHÈSES À L'ÉTUDE

Les pistes de recherche que nous développons actuellement concernent le choix de contraintes moins restrictives, et surtout celui d'une distance plus adaptée à notre problématique. En effet, le critère à minimiser [2] varie peu en fonction du découpage, en utilisant les distances testées jusqu'ici. Les nombreux travaux réalisés dans le domaine du traitement de l'image concernant les distances entre matrices pourraient être réutilisés avec profit.

D'autre part, le score étudié ne convient peut être tout simplement pas à une telle analyse, et ce pour plusieurs raisons : tout d'abord, les variables du score et les pondérations associées sont valables pour la prévision à un an, et les utiliser pour prévoir le risque à un horizon plus lointain constitue une simplification. De plus, il se peut que le score ne soit pas assez continu : par exemple, une des modalités d'une

variable est fortement pondérée dans le score, tout individu présentant cette modalité, une année et non l'année suivante ou inversement, se retrouvera dans une classe éloignée, et la répartition globale en classes sera alors bouleversée.

Enfin, il n'est pas exclu que le marché étudié ne suive pas une dynamique markovienne (hypothèse de départ), ce qui expliquerait que nous ne parvenons pas à obtenir un découpage optimal.

ESTIMATION DE MATRICES DE TRANSITION PERMETTANT DE REPRODUIRE LES DÉFAUTS HISTORIQUES

La seconde démarche envisagée convient à toute notation en classe, issue d'un système expert ou d'un modèle de *scoring*. Elle vise à construire une matrice de transition à un an telle que, si on l'élève à la puissance h , on retrouve les probabilités de défaut à l'horizon h (encadré 2 pour expliciter le principe de la méthode). La matrice de transition à l'horizon h est alors estimée par la matrice de transition à

« Dans un objectif de prévision à moyen terme, un découpage du score en 4 ou 5 classes (contre les 7 minimum imposées par Bâle II pour prévoir le risque à un an) semble être suffisant. »

un an calculée élevée à la puissance h . Cette méthode a l'avantage d'être moins coûteuse en termes de calculs et plus flexible dans le choix des contraintes. Elle permet de se caler sur un nombre variable d'années en fonction de l'historique dont on dispose et de l'horizon de prévision visé. Évidemment, plus l'historique est important, ou moins l'horizon de prévision visé est lointain, plus les résultats obtenus vont être précis. Les tests que nous avons menés sur un historique de 5 ans de notation sont assez concluants : la prévision des probabilités de défaut par classe de risque à un horizon de 1, 2 ou 3 ans est sensiblement meilleure en optimisant la matrice de transition à un an par notre méthode qu'en prenant la matrice de transition à un an observée.

Certaines pistes d'amélioration sont encore à approfondir : d'autres notations peuvent être étudiées, comme la cote Banque de France ou les *ratings* émis par les agences de notation telles que Standard & Poor's et Moody's. Il existe un historique plus profond avec ces données, ce qui per-

mettrait d'atteindre une meilleure précision dans la prévision et surtout de tester la méthode sur différents horizons.

UNE PRÉVISION PLUS RÉALISTE

L'enjeu de la mise en place d'une telle méthode est de taille car elle permettrait d'avoir une prévision nettement plus réaliste sur les probabilités de défaut que celle fournie par la matrice de transition à un an observée. En effet, sans se caler sur les probabilités de défaut observées, les probabilités de défaut estimées explosent à moyen terme, tandis que les matrices estimées avec la méthode proposée conduisent à des probabilités qui restent proches des probabilités de défaut réelles. Cette méthode, plus qu'une innovation statistique, trouve son intérêt d'un point de vue opérationnel et pourrait être utilisée dans des outils de tarification ou de provisionnement. ■

[2] Distance (M_1 , M_2) où M_1 et M_2 représentent les matrices de transition à 1 et 2 ans.



Expert de la formation banque finance depuis près de 20 ans

EFE propose des formations dans les domaines suivants :

- Gestion d'actifs
- Gestion de patrimoine
- Instruments et marchés financiers
- Comptabilité bancaire
- Gestion/audit des risques bancaires
- Droit bancaire et financier
- Moyens de paiement et garanties...



NE MANQUEZ PAS

MiFID : quels enjeux pratiques pour les marchés de capitaux ?

Quelles sont les mesures incontournables et les opportunités pour les acteurs ?

À Paris les 23 et 24 octobre 2006

Toutes nos formations sont transposables en intra, contactez Sophie Bègue
50 bis, avenue de la Grande Armée 75017 Paris - Tél. : 01 44 09 21 98 - www.efe.fr